Corso di Informatica

Modulo 1

3-Rappresentazione dei numeri relativi

Prerequisiti rev

- Aritmetica dei numeri relativi

Introduzione rev

Passiamo ora allo studio della rappresentazione dei numeri interi relativi, supponendo nota la loro aritmetica.

Illustriamo i seguenti metodi di rappresentazione:

- Modulo e segno
- Complemento a 1
- Complemento a 2

La sottrazione

Come sappiamo, l'unica operazione che il computer sa eseguire automaticamente è l'addizione.

L'addizione è un'operazione **cablata**, ossia eseguita direttamente dai circuiti elettronici preposti

Consideriamo, allora, la seguente sottrazione:

47 – 29 = ?

Come si può eseguire questa operazione?

Prima soluzione: cablare anche la sottrazione, ma non conviene a causa dei costi.

Seconda soluzione: eseguire la sottrazione <u>come se fosse un'addizione</u>.

Come si fa?

La sottrazione

Consideriamo i numeri da 0 a 99 secondo il seguente schema:

$$\underbrace{0, \ldots\ldots\ 49,}\ \underbrace{50,\ 51, \ldots\ldots, 99}$$

.

Valore 0, ……… 49, -50, -49,……., -1

Si noti che ogni valore positivo maggiore di 49 (prima riga) è tale che sottraendogli il suo corrispondente della seconda riga dia sempre 100.

Allora:

47 – 29 = 47 + 71 = 118

Poiché i numeri iniziali sono di due cifre, eliminiamo anche dal risultato la cifra "1" delle centinaia, per cui il risultato è **38**.

M.Malatesta 3-Rappresentazione dei numeri relativi-05 5 28/09/2013

La sottrazione

Lo stesso calcolo potrebbe essere espresso come:

47 – 29 = 47 - 100 + 100 - 29 =

= 47 – 100 + (100 – 29) =

47 – 100 + 71

Abbiamo cioè sostituito 29 <u>con il numero che gli si dovrebbe aggiungere per arrivare a 100</u>, ossia 71.

L'operazione "<u>il numero che gli si dovrebbe aggiungere per arrivare a 100</u>" è un'operazione detta **complemento** che ora descriviamo.

M.Malatesta 3-Rappresentazione dei numeri relativi-05 6 28/09/2013

La complementazione

Consideriamo un numero *N* in base *b*, formato da *k* cifre

Si definisce **complemento di N alla base b** il valore:

$$\mathbf{C_b = b^k - N}$$

Si definisce **complemento diminuito di N alla base b** il valore:

$$\mathbf{C_d = C_b - 1}$$

Segue, quindi, che:

$$\mathbf{C_b = C_d + 1}$$

Nel sistema binario, $\mathbf{C_b}$ prende il nome di **complemento a due,** mentre $\mathbf{C_d}$ si chiama **complemento a uno**.

La complementazione

Regole pratiche.

1. Nel sistema binario, il complemento a uno di un numero si ottiene semplicemente sostituendo i bit 0 con 1 e gli 1 con 0

2. Nel sistema binario, il complemento a due di un numero si ottiene svolgendo il complemento a 1 e poi aggiungendo 1.

Esempi.

$N = 001_2$	→	$C_d = 110_2$	$C_b = 110_2 + 1 = 111_2$
$N = 100_2$	→	$C_d = 011_2$	$C_b = 011_2 + 1 = 100_2$
$N = 000_2$	→	$C_d = 111_2$	$C_b = 111_2 + 1 = 000_2$

Convenzioni di rappresentazione

Vediamo, ora, le convenzioni di rappresentazione binaria dei numeri relativi, con i loro vantaggi e svantaggi.

Le tecniche sono:

- **modulo e segno**
- **complemento a uno**
- **complemento a due**

Convenzioni di rappresentazione

Modulo e segno

Nella rappresentazione **Modulo e Segno** (**M&S**), la conversione in binario di un numero intero *N* qualunque, si ottiene premettendo la cifra:

- 0 se N > 0
- 1 se N < 0

Svantaggi:

- doppia rappresentazione dello zero
- un bit sacrificato per il segno

Vantaggi:

- semplicità

Decimale	Rapp.ne M&S
0	**0000**
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
-0	**1000**
-1	1001
-2	1010
-3	1011
-4	1100
-5	1101
-6	1110
-7	1111

Convenzioni di rappresentazione
Complemento a uno

Nella rappresentazione in **complemento a uno (C_1)**, la conversione in binario di un numero intero *N* qualunque, è data da:

- conversione in binario, se N > 0
- complemento a 1, se N < 0

Svantaggi:

- doppia rappresentazione dello zero

Vantaggi:

- simmetria

Decimale	Complemento a 1
0	**0000**
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
-7	1000
-6	1001
-5	1010
-4	1011
-3	1100
-2	1101
-1	1110
-0	**1111**

Convenzioni di rappresentazione
Complemento a uno

Assoluto	**Positivo**	**Negativo**
0101_2	0101_2	1010_2
01011_2	01011_2	10100_2
0000_2	0000_2	1111_2

Decimale	Complemento a 1
0	**0000**
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
-7	1000
-6	1001
-5	1010
-4	1011
-3	1100
-2	1101
-1	1110
-0	**1111**

Convenzioni di rappresentazione
Complemento a due

Nella rappresentazione in **complemento a due (C_2)**, la conversione in binario di un numero intero *N* qualunque, è data da:

- conversione in binario, se N > 0
- complemento a 2, se N < 0

Decimale	Complemento a 1
0	**0000**
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
-8	1000
-7	1001
-6	1010
-5	1011
-4	1100
-3	1101
-2	1110
-1	1111

Convenzioni di rappresentazione
Complemento a due

Assoluto	**Positivo**	**Negativo**
0101_2	0101_2	1011_2
01011_2	01011_2	10101_2
0000_2	0000_2	0000_2

Decimale	Complemento a 1
0	**0000**
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
-8	1000
-7	1001
-6	1010
-5	1011
-4	1100
-3	1101
-2	1110
-1	1111

Convenzioni di rappresentazione
Complemento a due

La rappresentazione in complemento a due C_2 è quella più usata.

Svantaggi:

- Asimmetria; si ha un numero negativo in più (-8) il cui opposto non è rappresentabile (v. tabella precedente).

Vantaggi:

- ha una sola rappresentazione dello zero
- possiede una struttura ciclica (111 (+7) + 001 (+1) → 1000 (-8))
- consente di eseguire le operazioni aritmetiche con i numeri negativi usando le stesse regole valide per quelli positivi, senza dover considerare separatamente i segni degli operandi (occorre ignorare eventuali riporti a sinistra del bit più significativo, bit di segno).
- rappresenta un intervallo numerico più esteso.

Convenzioni di rappresentazione
Conclusioni

- In ognuna delle tre convenzioni per la rappresentazione dei numeri relativi si utilzzano k +1 posizioni di cui quella di sinistra indica il segno.
- La rappresentazione dei numeri positivi è identica nelle tre convenzioni
- Nelle tre convenzioni:
  - i numeri positivi sono rappresentati da sequenze che iniziano con 0;
  - i numeri negativi da sequenze che iniziano con 1
- Per le convenzioni Modulo e Segno, e Complemento a 1:
  - esistono due rappresentazioni distinte per i numeri zero positivo e zero negativo.
  - l'intervallo di rappresentazione è simmetrico rispetto allo zero: con sequenze di k cifre numeriche è possibile rappresentare tutti gli interi relativi dell'intervallo:

$$[-(2^k-1),\ (2^k-1)]$$

Convenzioni di rappresentazione

Conclusioni

Decimale	M&S	CP1	CP2
+ 7	0111	0111	0111
+ 6	0110	0110	0110
+ 5	0101	0101	0101
+ 4	0100	0100	0100
+ 3	0011	0011	0011
+ 2	0010	0010	0010
+ 1	0001	0001	0001
+ 0	0000	0000	0000
– 0	1000	1111	——
– 1	1001	1110	1111
– 2	1010	1101	1110
– 3	1011	1100	1101
– 4	1100	1011	1100
– 5	1101	1010	1011
– 6	1110	1001	1010
– 7	1111	1000	1001
– 8	——	——	1000

Argomenti

- La sottrazione
- La complementazione
- Convenzioni di rappresentazione
- Modulo e segno
  - Complemento a uno
  - Complemento a due
  - Conclusioni

Altre fonti di informazione

- P.Gallo, F.Salerno – Informatica Generale 1, ed. Minerva Italica
- G.Callegarin – Corso di Informatica 1, ed. CEDAM